

ЭВЕНТОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЫНКА

Е.Е.Голденок, К.В.Голденок*

Предлагается эвентологическая точка зрения на экономическую интерпретацию креста Маршалла — популярного в экономикс графического образа, используемого для объяснения конфликта интересов участников рынка. Получены аналитические формулы кривых спроса и предложения, основанные на эвентологической модели потребительского выбора, впервые предложенной в диссертации 2002 года [2] и включенной в книгу [3], опубликованную в 2004. Построена новая многообещающая модель эвентологического гиббсовского рынка, которая и позволяет не только эвентологически обосновать фундаментальное понятие современной экономической теории — крест Маршалла, но и анализировать взаимодействие спроса и предложения для различных структур зависимостей этих событий.

Двойственность потребителя и производителя

Мы воспользуемся тем, что потребитель и производитель обладают очевидными двойственными эвентологическими свойствами, двойственность которых возникает, если деньги и товар поменять местами:

- потребитель товара за деньги — это производитель денег, который предлагает деньги за товар;
- производитель товара за деньги — это потребитель денег, который спрашивает деньги за товар.

Двойственность потребителя и производителя позволяет воспользоваться эвентологической моделью гиббсовского потребителя товара за деньги, поменяв местами товар и деньги, чтобы получить эвентологического потребителя денег за товар, иначе говоря, эвентологического производителя товара за деньги. Следовательно, эвентологической моделью гиббсовского производителя вполне может служить эвентологический гиббсовский потребитель денег за товар. Теоретически двойственность товара и денег вполне симметрична: можно говорить как о множестве различных товаров \mathfrak{X} , так и о множестве различных денег \mathfrak{Y} , понимая под различными деньгами, например, валюты разных стран. Однако на внутренних рынках, где фигурирует одна национальная валюта, полная симметричность двойственности товара и денег сохраняется лишь в том случае, если рассматривать рынки одного товара, а под множествами \mathfrak{X} и \mathfrak{Y} понимать множество единиц товара и множество единиц денег соответственно. Поэтому мы начнем с наименее сложного — рассмотрения однитоварных и одновалютных рынков.

Гиббсовские потребители и производители на однитоварных и одновалютных рынках

Для описания эвентологической модели рынка введем обозначения:

h — цена единицы товара в единицах денег,

g — цена единицы денег в единицах товара.

Свяжем с множеством единиц товара \mathfrak{X} и множеством единиц денег \mathfrak{Y} соответствующие множества событий, обозначающие спрос и предложение, для которых сохраним прежние обозначения (хотя это не совсем корректно, но значительно сокращает запись формул и не сможет вызвать особых недоразумений, так как речь пойдет, главным образом, о событиях, связанных с рыночным обращением товара и денег, а не о самих товаре и деньгах), дополнив их индексацией: $\mathfrak{X}(h)$ — множество событий-спросов $x(h) \in \mathfrak{X}(h)$ на единицы товара, или событий-предложений денег за единицу товара $x \in \mathfrak{X}$ при цене товара h , $\mathfrak{Y}(h)$ — множество событий-спросов $y(h) \in \mathfrak{Y}(h)$ на единицы денег за данный товар, или событий-предложений товара за единицу денег $y \in \mathfrak{Y}$ при цене товара h (рис. 1).

Кроме уже введенных нам понадобятся обозначения: $p(X)$ — эвентологическое распределение (Э-распределение) спроса на подмножества единиц товара $X \subseteq \mathfrak{X}$, $q(X)$ — Э-распределение спроса

*© Е.Е.Голденок, К.В.Голденок, Красноярский государственный торгово-экономический институт, golde@rambler.ru, 2006.

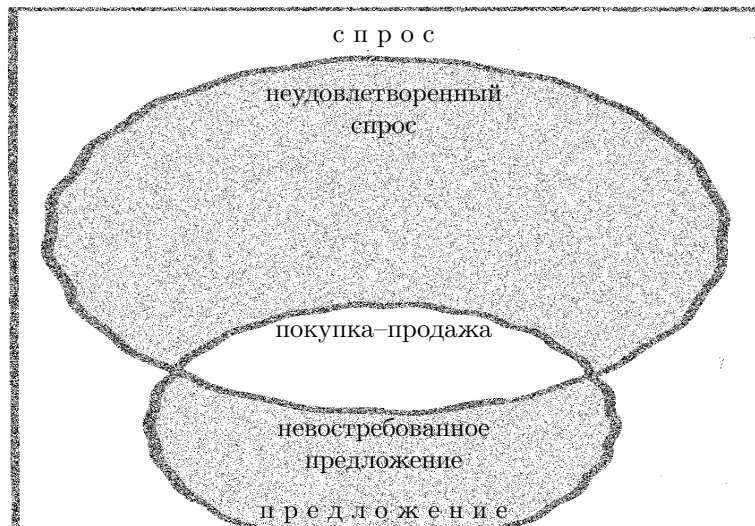


Рис. 1. Диаграмма Вейна событий «спрос» (эллипс сверху) и «предложение» (эллипс внизу). Совпадение событий «спрос» и «предложение» — пересечение событий — это событие «покупка-продажа». Различные события «спрос» и «предложение» — симметрическая разность событий («запыленная» область) — это события «неудовлетворенный спрос или невостребованное предложение»

на подмножества единиц денег $Y \subseteq \mathfrak{Y}$, β — обратный уровень среднего дохода потребителей, γ — обратный уровень средней производительности производителей, $u(n)$ — \mathfrak{E} -распределение полезности мощности подмножеств событий-спросов на единицы товара $n = 0, \dots, |\mathfrak{X}|$ за деньги для потребителей, $w(m)$ — \mathfrak{E} -распределение полезности мощности подмножеств событий-спросов на единицы денег $m = 0, \dots, |\mathfrak{Y}|$ за товар для производителей.

Из гиббсовской модели потребительского выбора следует, что \mathfrak{E} -распределение спроса и предложения на одновалютном и одновалютном рынке имеют вид

$$p(X) = \frac{1}{Z_u} \exp \left\{ -\beta h |X| \right\} u(|X|), \quad X \subseteq \mathfrak{X},$$

— вероятности спроса на подмножество единиц товара $X \subseteq \mathfrak{X}$,

$$q(Y) = \frac{1}{Z_w} \exp \left\{ -\gamma g |Y| \right\} w(|Y|), \quad Y \subseteq \mathfrak{Y},$$

— вероятности спроса на подмножество единиц денег $Y \subseteq \mathfrak{Y}$, которые равны вероятности предложения товара за подмножество единиц денег $Y \subseteq \mathfrak{Y}$, где

$$Z_u = \sum_{X \subseteq \mathfrak{X}} \exp \left\{ -\beta h |X| \right\} u(|X|)$$

$$Z_w = \sum_{Y \subseteq \mathfrak{Y}} \exp \left\{ -\beta g |Y| \right\} w(|Y|)$$

— соответствующие нормирующие константы.

Вероятности в данных \mathfrak{E} -распределениях зависят только от мощности подмножеств, и их можно переписать в виде

$$p(n) = \frac{1}{Z_u} C_{|\mathfrak{X}|}^n \exp \left\{ -\beta h n \right\} u(n), \quad n = 0, \dots, |\mathfrak{X}|,$$

$$q(m) = \frac{1}{Z_w} C_{|\mathfrak{Y}|}^m \exp \left\{ -\gamma g m \right\} w(m), \quad m = 0, \dots, |\mathfrak{Y}|.$$

Предположив, что $u(n) = u_0, w(m) = w_0$ для всех возможных n и m , получим

$$Z_u = w_0 \left(1 + \exp \left\{ -\beta h \right\} \right)^{|\mathfrak{X}|}, \quad Z_w = w_0 \left(1 + \exp \left\{ -\gamma / h \right\} \right)^{|\mathfrak{Y}|}.$$

Если $|\mathfrak{X}| = |\mathfrak{Y}| = 1$, то зависимость вероятности события-спроса от цены (кривая спроса) и зависимость события-предложения от цены (кривая предложения) имеют вид

$$p(1) = \frac{\exp \left\{ -\beta h \right\}}{1 + \exp \left\{ -\beta h \right\}}, \quad q(1) = \frac{\exp \left\{ -\gamma / h \right\}}{1 + \exp \left\{ -\gamma / h \right\}}.$$

Вероятности событий не-спроса и не-предложения, соответственно,

$$p(0) = \frac{1}{1 + \exp\{-\beta h\}}, \quad q(0) = \frac{1}{1 + \exp\{-\gamma/h\}}.$$

Отсюда в общем случае кривая спроса и кривая предложения — зависимости от цены h вероятности совокупного спроса и вероятности совокупного предложения — имеют вид (рис. 2)

$$1 - p(0) = 1 - \frac{1}{(1 + \exp\{-\beta h\})^{|\mathfrak{X}|}}, \quad 1 - q(0) = 1 - \frac{1}{(1 + \exp\{-\gamma h\})^{|\mathcal{Y}|}},$$

где

$$1 - p(0) = \mathbf{P} \left(\bigcup_{x \in \mathfrak{X}} x(h) \right)$$

— вероятность совокупного спроса, т.е. вероятность объединения событий из \mathfrak{X} (наступления хотя бы одного события из \mathfrak{X}) при фиксированном значении цены h ,

$$1 - q(0) = \mathbf{P} \left(\bigcup_{y \in \mathcal{Y}} y(h) \right)$$

— вероятность совокупного предложения, т.е. вероятность объединения событий из \mathcal{Y} (наступления хотя бы одного события из \mathcal{Y}) при фиксированном значении цены h . В отличие от «Экономикс» в эвентологии под спросом и предложением понимают не кривые совокупного спроса и совокупного предложения, а эвентологические распределения событий спроса и предложения и их изменения при изменении цены товара.

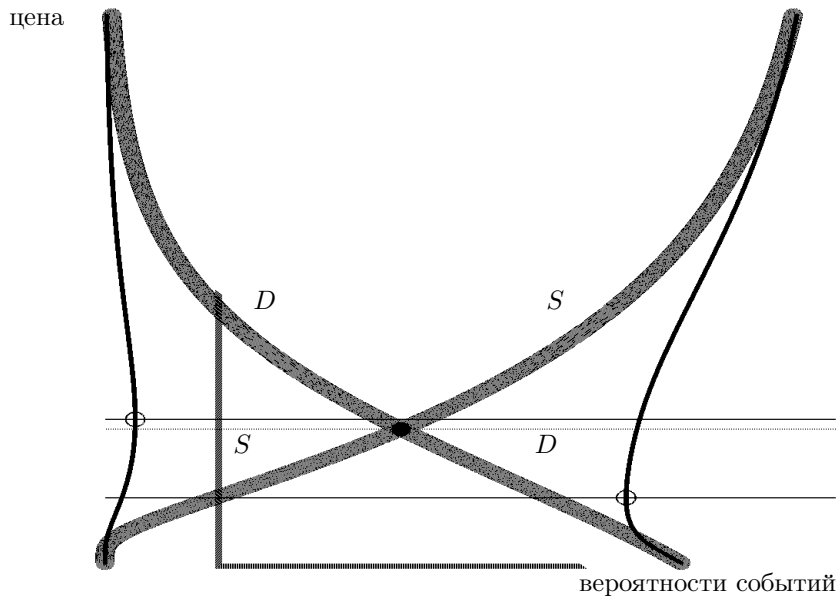


Рис. 2. Эвентологический крест Маршалла на плоскости «вероятности событий (горизонтальная ось) — цены (вертикальная ось)». Показаны графики вероятностей событий «спрос» DD и «предложение» SS (широкие серые линии) и вероятностей совпадения (достигает максимума) и различия (достигает минимума) событий «спрос» и «предложение» (узкие темные линии) при различных значениях цены товара. Прямоугольником выделена область, которая обычно изображается в учебниках по «Экономикс»

Эвентологический гиббсовский рынок

Совместив эвентологические гиббсовские модели спроса и предложения, получаем эвентологическую модель гиббсовского рынка — эвентологический крест Маршалла (рис. 2).

Классическая модель конфликта участников рынка — крест Маршалла — позволяет найти равновесную цену товара, соответствующую точке пересечения кривых совокупного спроса и совокупного предложения, это та цена, при которой готовность производителей изготавливать определенное

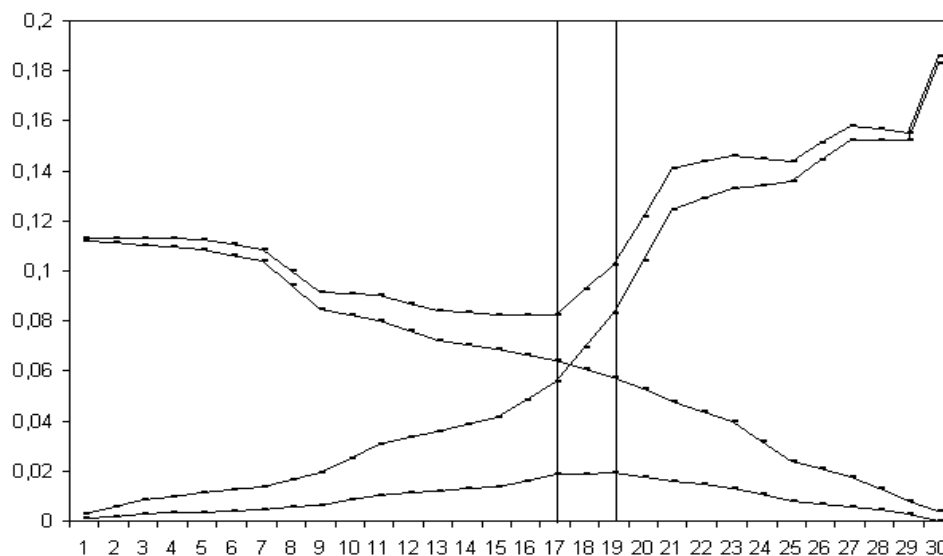


Рис. 3. Статистическая оценка эвентологического креста Маршалла для кредитного рынка: оптимальный интервал от 17 до 19

количество товара совпадает с готовностью потребителей купить это количество товара. Отклонение от равновесной цены приводит либо к дефициту, либо к перепроизводству товара.

Если зафиксировать некоторую цену товара, то моделью взаимодействия событий спроса и предложения может служить диаграмма Венна. Пересечение событий «спрос и предложение» образует событие «покупка-продажа», а их симметрическая разность — «неудовлетворенный спрос и невостребованное предложение». Пересечение событий показывает, насколько они совпадают, а симметрическая разность — насколько они различаются. Очевидно, что и вероятность пересечения событий, и вероятность их симметрической разности зависят от структуры зависимости событий. Структуры зависимости событий могут быть самыми разнообразными — от наименее пересекающейся до полярно ей противоположной — вложенной. В случае наименее пересекающихся событий наступление одного события исключает наступление другого, в случае вложенных — наступление одного события влечет наступление другого. Среднее положение в этом ряду занимает структура независимых событий.

Классический крест Маршалла не учитывает вид структуры зависимостей спроса и предложения, точнее, предполагает лишь одну структуру — вложенную, в классической точке равновесия события совпадают, и их вероятности равны. В классической точке равновесия в случаях независимых событий и наименее пересекающихся сами события не совпадают, а их вероятности равны.

Э-модель рынка не только позволяет построить крест Маршалла для любой структуры зависимости событий, но и вместо одной классической точки рыночного равновесия находить интервал рыночного равновесия, который определяется максимумом совпадения и минимумом различия событий спроса и предложения. Все эти три точки различаются между собой. Пересечение кривых спроса и предложения говорит только о совпадении вероятностей событий. В то время как максимальная вероятность покупки-продажи (пересечения спроса и предложения), а также минимальная вероятность неудовлетворения спроса и невостребованности предложения достигаются при других значениях цены товара. Интервал равновесных цен может вовсе не содержать классическую точку равновесия. При изменении структуры зависимостей интервал равновесных цен изменяется.

Эвентологическая модель кредитного рынка

Э-модель спроса-предложения опробована на кредитном рынке на реальной статистике. Банк, предоставляя какой-либо кредит, взимает определенную плату с клиента — процент переплаты, который можно рассматривать как цену кредита по аналогии с ценой товара. Построены Э-кресты для различных структур зависимостей событий спроса и предложения на различные виды кредитов, и найдены интервалы равновесных процентов переплаты (рис. 3).

Заключение

Подмеченная двойственность товара и денег позволяет из Э-модели гиббсовского потребителя получить модель гиббсовского производителя товаров. Соединенные вместе эти модели являются удачной Э-моделью гиббсовского рынка, которая не только включает в себя известную классическую модель рынка — крест Маршалла, но позволяет обобщить ее для любых структур зависимостей событий спрос-предложение.

Список литературы

- [1] ВОРОБЬЕВ О.Ю. *Эвентология* / О.Ю.Воробьев. – Красноярск: КрасГУ, ИВМ СО РАН, КГТЭИ, 2007.
- [2] ГОЛДЕНОК Е.Е. *Структурный сет-анализ зависимостей случайных событий в статистических системах* / Е.Е.Голденок // Автореф. дисс. ... канд. физ.-мат. наук. – Красноярск: КГТУ, 2002.
- [3] ВОРОБЬЕВ О.Ю. *Структурный сет-анализ зависимостей случайных событий* / О.Ю.Воробьев О.Ю., Е.Е.Голденок. – Красноярск: КрасГУ, ИВМ СО РАН, КГТЭИ, 2004.
- [4] ГОЛДЕНОК К.В. *Об эвентологических моделях в конджойнт-анализе* / К.В.Голденок // Труды IV Всерос. ФАМ'2005 конференции. Часть 1. – Красноярск: ИВМ СО РАН, КГТЭИ, КрасГУ, СИБУП, 2005. – С. 260-268.
- [5] ГОЛДЕНОК Е.Е. *Эвентологические гиббсовские модели событий и их применение в математическом обосновании «Экономикс»* / Е.Е.Голденок // Труды V Всерос. ФАМ'2006 конференции. Часть 1. – Красноярск: ИВМ СО РАН, КГТЭИ, КрасГУ, СИБУП, 2006. – С. 160-168.
- [6] ГОЛДЕНОК К.В. *Об эвентологических моделях в конджойнт-анализе* / К.В.Голденок // Труды IX эвентологической ФАМ'2005 конференции. – Красноярск: ИВМ СО РАН, КГТЭИ, КрасГУ, СИБУП, 2005. – С. 60-62.
- [7] GOLDENOK E.E. *On direct and inverse variants of eventological Markowitz' problems: the numerical solution* / E.E.Goldenok, K.V.Goldenok // Proceedings of 2-nd IASTED Intern. Conference ACIT-ACA-2005. – Novosibirsk: Institute of Computational Technologies, IASTED, 2005.
- [8] GOLDENOK E.E. *Direct and inverse eventological Markowitz' problems* / E.E.Goldenok, K.V.Goldenok // Proceedings of 11-th Word Congress IFSA-2005. – Beijing: Tsinghua University Press, 2005.
- [9] MARSHALL A. *Principles of Economics: An Introductory Volume* / A.Marshall. – First edition, London: Macmillan, 1890.

EVENTOLOGICAL BASIS OF CLASSICAL MARKET MODEL

E.E.Goldenok, K.V.Goldenok

The paper offers an eventological point of view to Marshall' cross, the popular graphic image using in Economics for explanation of market participants interests conflict. Analytical formulae for demand and supply curves based on the eventological model of customer' choice are suggested. New model of the eventological Gibbs' market not only gives an eventological base for fundamental idea of modern Economics Marshall' cross, but either allows to analyze interaction of demand and supply for different structures of their dependencies. This model of demand-supply was applied to credit market on real statistics.