

ВОССТАНОВЛЕНИЕ И ТОЧНОСТЬ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ
ПРИ ОБЖИГЕ ПОДИНЫ ЭЛЕКТРОЛИЗЕРА

А.В. Гуляев*

*Произведено восстановление температурного поля при обжиге подины электролизера и рассмотрен вопрос точности полученных данных.***Введение**

Увеличение срока службы алюминиевого электролизера является серьезной технической задачей современной алюминиевой промышленности. Стадии обжига и пуска электролизера играют важную роль в технологии предварительной подготовки электролизера к эксплуатации. Температурное поле катода алюминиевого электролизера тесно связано с эксплуатационной стойкостью углеродистой подины.

Начальный период эксплуатации электролизера характеризуется нестационарными температурными и силовыми полями, что приводит к концентрации напряжений в наиболее слабых элементах конструкции подины и их разрушению. Полученные на стадии обжига повреждения снижают срок службы электролизера. Более высокая конечная температура обжига способствует снижению натриевой деформации углеродистых футеровочных материалов в пусковом периоде и увеличивает эксплуатационную стойкость подины [1].

Для нагрева подины перед пуском в промышленности широко применяется подход, связанный с использованием внешнего источника тепла. Для осуществления обжига по данному способу прибегают к сжиганию дизельного топлива либо природного газа в рабочем пространстве электролизера.

Технология обжига мощных алюминиевых электролизеров связана с применением внешнего источника тепла, так как данный способ позволяет эффективно влиять на температуру подины при обжиге и целенаправленно формировать ее температурное поле. Технология обжига включает нагрев углеродистой футеровки до температуры, близкой к эксплуатационной. Но, как правило, реальная температура нагрева подины при обжиге далека от требуемой, а ее распределение по подине крайне неравномерно [1].

Рост температуры подины в процессе обжига приводит к накоплению повреждений в углеродистой футеровке, вызывает начальную деформацию подины, что способствует ее дальнейшему разрушению при пуске и эксплуатации [1].

Математическое моделирование тепловых процессов, происходящих в промышленных печах, т.е. исследование этих процессов, основанное на их математическом описании, давно и в широких масштабах используется в металлургической теплотехнике.

Применение высококачественных математических моделей приносит значительный экономический эффект. Они позволяют проводить исследования процессов, происходящих в металлургическом производстве, при неизмеримо меньших затратах, чем натурные исследования на физических моделях. С помощью математических моделей можно еще на стадии проектирования найти оптимальное конструктивное оформление и выбрать оптимальные режимные параметры работы [2].

Важные прикладные результаты в данной области получены В.С. Злобиным, Б.М. Багаевым, Г.В. Архиповым и др. Данными авторами рассматривались следующие вопросы: выявление наличия взаимосвязи между режимами обжига и сроком службы электролизера; анализ факторов, влияющих на разрушение подины электролизера при обжиге последней; построение математических моделей процесса обжига; разработка рекомендаций по режимам обжига электролизера на основе эмпирических данных.

В данной работе изучается проблема восстановления температурного поля при обжиге подины электролизера, а также методы построения специальных аппроксимаций температурного поля.

Постановка задачи

Обжиг углеграфитовой подины электролизера осуществляется путем нагрева поверхности подины топочными газами при сжигании дизельного топлива.

Рассмотрим методы построения специальных аппроксимаций температурного поля. Применительно к обжигу подин алюминиевых электролизеров в качестве математической модели выбрано уравнение теплопроводности, дополненное начальными и соответствующими граничными условиями:

$$L = c\rho \frac{\partial u}{\partial t} - Lu = f(x, y, z, t), (x, y, z, t) \in Q, \quad (1)$$

где

* © А.В. Гуляев, Красноярский государственный университет, 2006.

$$Lu = \frac{d}{dx} \left(k \frac{du}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(k \frac{du}{dy} \right) + \frac{d}{dz} \left(k \frac{du}{dz} \right),$$

$Q = \Omega \times [0, T]$, Ω – расчетная область алюминиевого электролизера, c - удельная теплоемкость, ρ - плотность, k - теплопроводность материалов, u - температура, f - внутренние источники тепла, t - время, (x, y, z) - пространственные координаты; c, ρ, k - кусочно-постоянные функции.

Нам известны приближенные значения u^h температурного поля на сетке

$$\Omega_h = \{(x, y, z)_i \mid (x, y, z)_i \in \Omega, i = 1, \dots, N\}$$

в некоторые фиксированные моменты времени

$$\omega_\tau = \{0, \tau, 2\tau, \dots\}.$$

Также нам известна погрешность измерения температурного поля u в узлах сетки

$$|u - u^h| \leq \varepsilon.$$

Наша задача - построить функцию s , удовлетворяющую следующим условиям:

$$|s(x, y, z, t) - u(x, y, z, t)| \leq \varepsilon_1, (x, y, z) \in \Omega_h, \quad (2)$$

то есть наша задача состоит в восстановлении температурного поля при обжиге подины электролизера. Кроме того, мы будем стремиться к тому, чтобы невязка была как можно меньше в норме:

$$\|\mathcal{L}s - f\|_{L_2} \rightarrow \min.$$

Таким образом, стандартная задача интерполяции дополнена условиями аппроксимации моделируемой задачи, что позволит значительно повысить точность приближения температурного поля.

Восстановление температурного поля при обжиге подины электролизера

Решение поставленной задачи чисто в аналитическом виде проблематично, поскольку в этом случае необходимо знать функцию распределения температур по обжигаемой стороне подины (функцию внешнего источника тепла), которая нам неизвестна. В таком случае задача сводится к двумерной, но стоит та же проблема восстановления температурного поля при обжиге подины электролизера по данным термопар. Возможно переформулировать задачу так, что будет необходима функция внутреннего источника тепла, которая также неизвестна. Таким образом, необходимо воспользоваться методами численной математики.

При решении поставленной задачи будем пользоваться данными, полученными на предприятии КрАЗ при обжиге подины электролизера в одном из режимов, применяемых на данном заводе. Они включают в себя температуру топочных газов, а также показания термопар, расположенных на поверхности и в нижней части подины по периферии на расстоянии 2 м друг от друга. Измерение температур топочных газов и подины проводилось в течение 45 часов через интервалы времени от 1 до 6 часов. Подина электролизера представляет собой параллелепипед длиной 10 м, шириной 2 м и высотой 40 см. Число термопар равно 24.

Математическая модель описывает поведение температурного поля $T = T(t, x)$, K в процессе нагрева стержня. Здесь t - время, x - геометрическая характеристика.

Подина ванны электролизера представляет собой твердое относительно однородное тело. Материал подины имеет следующие характеристики:

плотность $\rho = \rho(T)$, кг/м³,

теплоемкость $c = c(T)$, кДж/(кг·К),

удельная теплопроводность $\lambda = \lambda(T)$, Вт/(м·К),

В общем случае они зависят от температуры материала подины.

Обжиг углеграфитовой подины электролизера осуществляется путем нагрева поверхности подины топочными газами при сжигании дизельного топлива.

Наша задача состоит в восстановлении температурного поля при обжиге подины электролизера.

Предполагается, что в начальный момент времени температура подины однородна. Таким образом, начальное распределение температур в подине задается константой:

$$T(0, x) = T_0, x \in \Omega,$$

где T_0 - температура подины перед началом обжига.

Пусть τ — разбиение области ω , составленное из элементов T и $\bar{\Omega} = \bigcup_i T_i$. Пересечение элементов $T_i, T_j, i \neq j: T_i \cap T_j = \emptyset$, h — параметр τ . В нашем случае τ — параллелепипеды.

Функцию s будем искать как обобщенный полином

$$s = \sum_{l=0}^{n_p} a_l \psi_l(x, y, z, t),$$

где n_p — число базисных функций, так что

$$\sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i |s(v_i^1) - u^h(v_i^1)|^2 + \sum_{i=1}^{n_2} \beta_i |\mathcal{L}s(v_i^2) - f(v_i^2)|^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

где n_1 — число внешних точек, n_2 — число внутренних точек, ψ_i — линейно независимые функции.

Возьмем в качестве базисных функции следующего вида:

$$\psi_i(x, y, z, t) = x^{n_x} y^{n_y} z^{n_z} t^{n_t},$$

где $n_x = 0, \dots, 3, n_y = 0, \dots, 3, n_z = 0, \dots, 3, n_t = 0, 1, i = 0, \dots, n_x n_y n_z n_t$.

Пусть $\{v_i^1\}_{i=1}^{n_1}, \{v_i^2\}_{i=1}^{n_2}$ — узлы вспомогательных сеток, расположенных в непосредственной близости от точки x_0 .

Здесь

$$\begin{aligned} v_i^1 &\in \Omega_h, v_i^2 \in Z, \\ Z &= \{z_i \mid z_0 = (h_x/3, h_y/3, h_z/3, h_t/3), \\ z_i &= z_0 + ([1/i], [i/2] - [i/3], [i/4] - [i/4], [i, 4])(h_x/3, h_y/3, h_z/3, h_t/3), \quad i = 1, \dots, n_2\}. \end{aligned}$$

Подставим в (3) вместо s ψ_i

$$\sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i | \sum_{l=0}^{n_p} a_l \psi_l(v_i^1) - u^h(v_i^1) |^2 + \sum_{i=1}^{n_2} \beta_i | \mathcal{L} \sum_{l=0}^{n_p} a_l \psi_l(v_i^2) - f(v_i^2) |^2 = 0.$$

то есть

$$\sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i (\sum_{l=0}^{n_p} a_l \psi_l(v_i^1) - u^h(v_i^1))^2 + \sum_{i=1}^{n_2} \beta_i (\mathcal{L} \sum_{l=0}^{n_p} a_l \psi_l(v_i^2) - f(v_i^2))^2 = 0.$$

и продифференцируем по a_i , то есть получим матрицу, где ij -ый элемент равен

$$\sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i \psi_i(v_i^1) (\psi_j(v_i^1) - u^h(v_i^1))^2 + \sum_{i=1}^{n_2} \beta_i L \psi_j(v_i^2) (L \psi_i(v_i^2) - f(v_i^2))^2 = 0,$$

то есть

$$\sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i \psi_i(v_i^1) \psi_j(v_i^1) - \sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i u^h(v_i^1) \psi_i(v_i^1) + \sum_{i=1}^{n_2} \beta_i L \psi_i(v_i^2) L \psi_j(v_i^2) - \sum_{i=1}^{n_2} \beta_i f(v_i^2) L \psi_j(v_i^2) = 0.$$

Таким образом, задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$Ba = d, \quad (4)$$

где B — матрица, $B = \{b_{ij}\}_{i,j=0}^{n_p}$, a — вектор, $a = (a_0, a_1, \dots, a_{n_p})$, d — вектор, $d = (d_0, d_1, \dots, d_{n_p})$,

$$\begin{aligned} b_{ij} &= \sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i \psi_i(v_i^1) \psi_j(v_i^1) + \sum_{i=1}^{n_2} \beta_i L \psi_i(v_i^2) L \psi_j(v_i^2), \\ d_i &= \sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i u^h(v_i^1) \psi_i(v_i^1) + \sum_{i=1}^{n_2} \beta_i f(v_i^2) L \psi_j(v_i^2). \end{aligned}$$

Система (4) линейных алгебраических уравнений решается методом Гаусса с выбором главного элемента.

Точность представления температурного поля

Рассмотрим элемент формы прямоугольного параллелепипеда, узлы измерения температуры расположены в его вершинах. В этих точках следует располагать тетмопары. Для вычисления значений невязки, построим вспомогательную сетку. Число узлов вспомогательной сетки при этом может быть достаточно большим, поскольку физических измерений в них не производится.

Будем считать, что физические размеры элемента составляют измерения h_x, h_y, h_z , по времени следуют через моменты τ .

Рассмотрим вопрос о точности приближения температурного поля. В нашем случае она будет складываться из точности измерения температуры в узлах и аппроксимационных свойств обобщенных полиномов.

Пусть u — приближаемая функция, — полином, квадратичный по пространственным переменным и линейный по времени.

Тогда

$$|u-s| \leq K(h^3 + \tau^2).$$

Таким образом, на каждом элементе

$$|u-s| \leq K_x h_x^3 + K_y h_y^3 + K_z h_z^3 + K_t h_t^2 + K_\epsilon h_\epsilon,$$

где $K_x, K_y, K_z, K_t, K_\epsilon$ — некоторые константы, не зависящие от h, τ .

Следовательно, точность представления температурного поля зависит от размеров элементов, шагов по времени и степени полиномов.

Восстановление коэффициентов модели

Исходные данные по подине электролизера не включают физические характеристики материалов, и в данной математической модели среди прочих остаются неизвестными теплоемкость $c=c(T)$, удельная теплопроводность $\lambda=\lambda(T)$, плотность $\rho=\rho(T)$, коэффициенты теплообмена с топочными газами $\alpha=\alpha(T)$. Неизвестные коэффициенты модели были успешно восстановлены в совместной работе на тему "Оптимизация процесса обжига подины электролизера" с А. Л. Струковым.

Восстановление неизвестных коэффициентов математической модели по экспериментальным данным было осуществлено с применением аппарата методов оптимизации. Смешанная краевая задача, лежащая в основе математической модели пламенного обжига подины электролизера, решалась с помощью метода конечных разностей. При этом для аппроксимации уравнения и граничных условий была выбрана явная разностная схема из соображений целесообразности ее использования в контексте поставленной задачи.

Результаты восстановления коэффициентов модели:

теплоемкость $c=c(T)$, кДж/(кг·К),

плотность $\rho=1650 \text{ кг/м}^3$,

теплопроводность $\lambda=10.7 - 8.5 \cdot 10^{-3} \cdot T$, Вт/(м·К).

Реализация решения задачи по восстановлению температурного поля при обжиге подины электролизера

Для реализации решения задачи по восстановлению температурного поля при обжиге подины электролизера была разработана программа, предоставляющая такую возможность. Данная программа была написана с использованием среды программирования Delphi 7.0 и функционирует под операционными системами Windows 98, Me, 2000, XP.

В качестве исходных данных программа использует файл, представляющий собой структурированный набор исходных данных измерений, полученных в процессе эксплуатации электролизера на предприятии КрАЗ.

В программе осуществляется реализация метода наименьших квадратов. Результатом работы программы является набор коэффициентов a_i , задающих функцию $s(t, x, y, z)$. Далее программа генерирует файл с коэффициентами a_i функции s .

Погрешности, полученные при восстановлении температурного поля при обжиге подины электролизера

После реализации метода наименьших квадратов и получения коэффициентов a_i мы решили исходную задачу и нашли функцию s .

Сравнив значения функции s в узлах внешней сетки со значениями, полученными с помощью термопар, мы убедились, что разности этих значений не превышают значений погрешностей измерений.

Точность модели

Для того чтобы оценить точность модели, проверим способность функции s аппроксимировать некоторую функцию.

Очевидно, что многочлены до третьей степени аппроксимируются точно в силу вида функции s , что было проверено экспериментальным путем. В случае аппроксимации многочленов более высоких степеней возникают неизбежные погрешности, которых можно избежать увеличением степени функции s .

Для тригонометрических функций удастся избежать больших погрешностей в случае, когда размеры одного изгиба сопоставимы с размерами кубика.

Визуализация результатов, полученных при восстановлении температурного поля при обжиге подины электролизера

После того, как была решена исходная задача по восстановлению температурного поля при обжиге подины электролизера, для наглядной демонстрации полученных результатов была написана программа-визуализатор с использованием среды программирования Delphi 7.0. Контуры подины отрисовываются в прямой изометрии. Данная программа позволяет просматривать сечения подины в плоскостях xu , xz , yz а также на всей поверхности подины.

Все сечения сохраняются в виде графических файлов в формате jpg в специально генерируемые папки. Предусмотрена возможность сохранения как по часам, так и по сечениям. Для наглядности визуализирована цветовая легенда температур, выводятся значения температур в узлах внешней вспомогательной сетки. На рис. 1, 2 и 3 представлены результаты восстановления температурного поля подины и их визуализации в трехмерном случае для 0, 21, 32 часов.

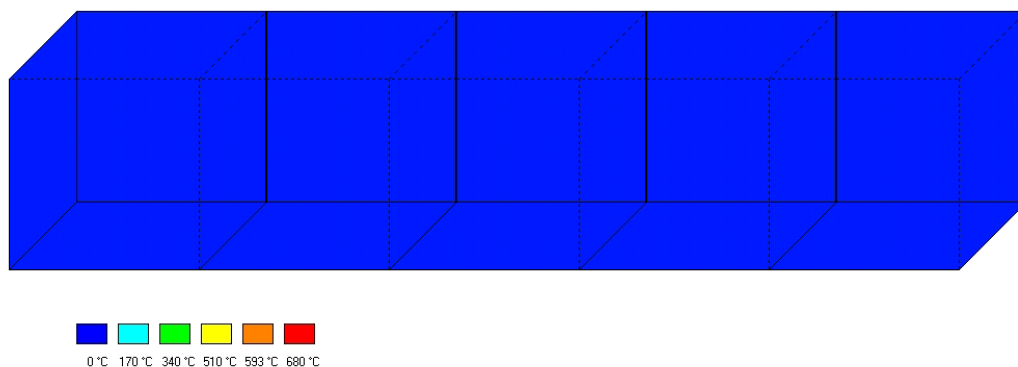


Рис. 1. Температурное поле подины для 0 часов

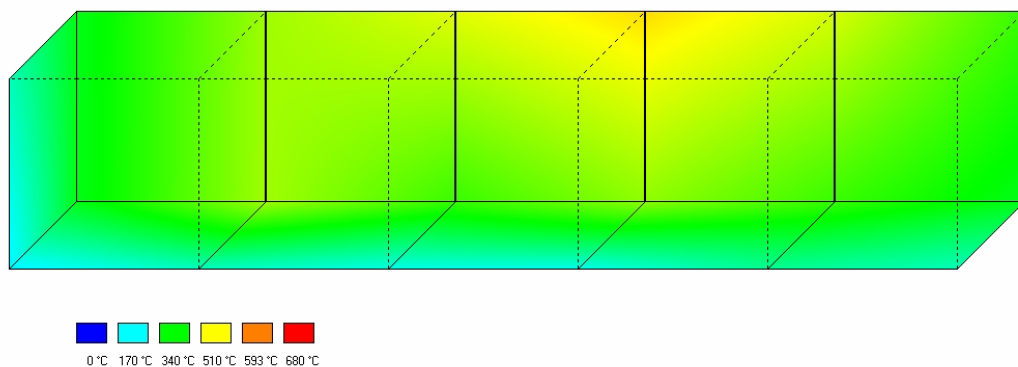


Рис. 2. Температурное поле подины для 21 часов

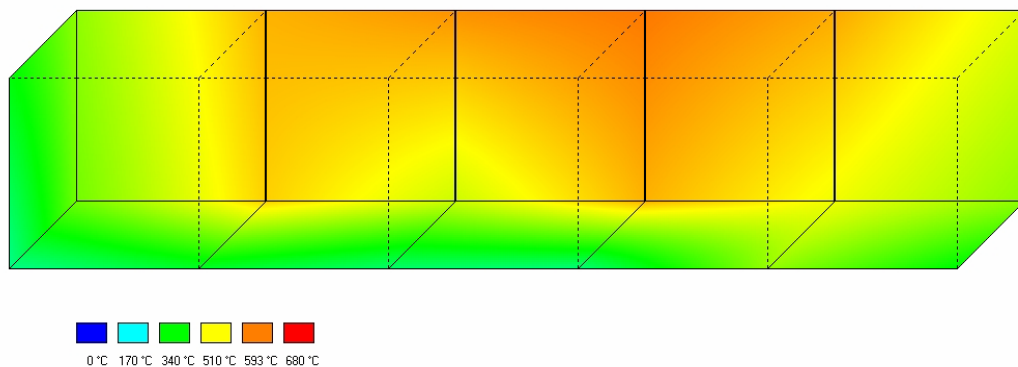


Рис. 3. Температурное поле подины для 32 часов

Исходя из результатов визуализации, видно, что температурное поле подины электролизера распределено неравномерно по причине неравномерности распределения температур по поверхности подины и применения неоптимального режима обжига.

Использование результатов, полученных при восстановлении температурного поля при обжиге подины электролизера

На основе результатов восстановления коэффициентов a_i функции s программа-визуализатор осуществляет отрисовку за незначительное время по сравнению с функционально-аналогичными платными и отнюдь не дешевыми программными продуктами, используемых в алюминиевой промышленности, что является более наглядным. Это ее неоспоримое преимущество. Поэтому результаты, полученные при восстановлении температурного поля при обжиге подины электролизера, несомненно, могут быть использованы в алюминиевом производстве.

На рис. 4 изображен интерфейс программы-визуализатора.

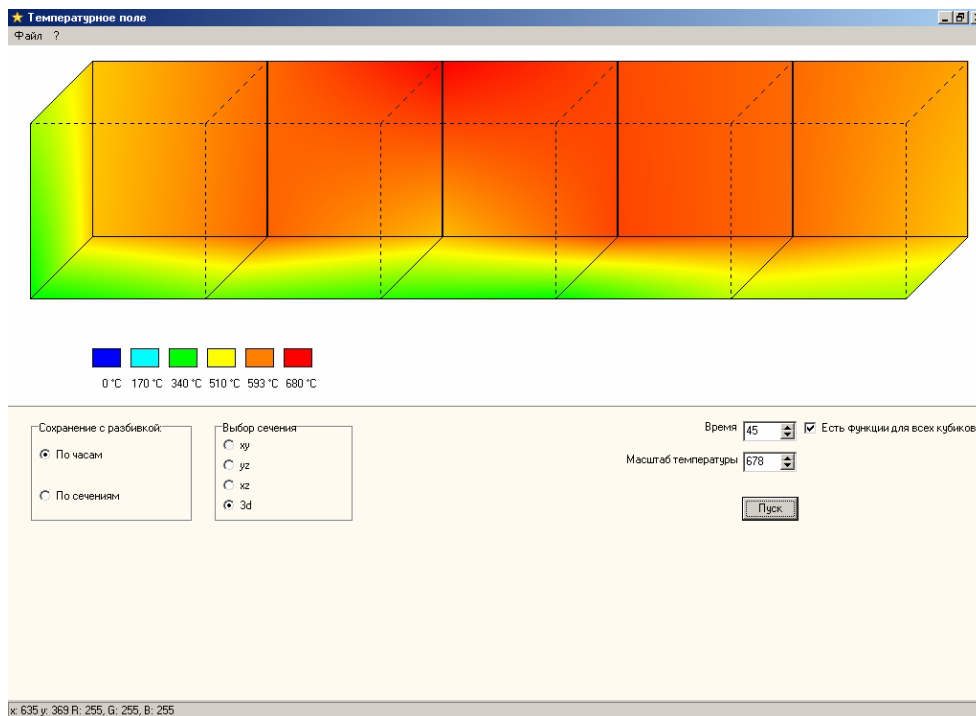


Рис. 4. Интерфейс программы-визуализатора

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ветюков, М. М. Электрометаллургия алюминия и магния /М. М. Ветюков, А. М. Цыплаков, С. Н. Школьников. - М.: Metallurgy, 1987. - 320 с.
2. Пехович, А. М. Расчеты теплового режима твердых тел /А. М. Пехович, В. М. Жидких. - Л.: Энергия, 1976.
3. Справочник металлурга по цветным металлам. Производство алюминия. - М.: Metallurgy, 1984. - 398 с.
4. Багаев, Б. М. Обжиг подины алюминиевого электролизера после капитального ремонта /Б. М. Багаев, В. С. Злобин, Н. С. Михайлин //Технико-экономический вестник КрАЗа. -1998. - № 11. - Август.
5. Потылицын, Г. А. Механизм разрушения подины при обжиге электролизера / Г. А. Потылицын, В. С. Злобин, Н. П. Геращенко // Цветные металлы. - 1983. - № 5. - С. 42-44.
6. Злобин, В.С. Моделирование обжига подины алюминиевых электролизеров / В. С. Злобин, В. А. Крюковский, Г. А. Потылицын, Б. С. Добронец, Б. М. Багаев // Цветные металлы. - 1990. - № 11. - С. 60-63.
7. Злобин, В. С. Оптимизация режимов нагрева алюминиевого электролизера: Дис. канд. техн. наук. - Красноярск, 1998. - 120с.
8. Багаев, Б.М. Оптимизация режимов обжига алюминиевого электролизера. Труды международной конференции "Математические модели и методы их исследования", 25-30 августа 1997 г., Красноярск, - 1997. — С.20.
9. Багаев, Б.М. Оптимизация процесса обжига ванны электролизера / Б.М. Багаев //Решетневские чтения: Материалы Всерос. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых специалистов. - Вып. 2. - Красноярск: САА, 1998, С. 101-102.

10. Архипов, Г. В. Анализ электрических и тепловых полей, напряженно-деформированного состояния при обжиге, пуске и послепусковом периоде работы электролизера /Г. В. Архипов, В. В. Пингин //Технико-экономический вестник. - 2002. -№17. - С. 37-41.
11. Теплотехнический справочник: в 2 т. /под общ. ред. В.Н. Юренева и П.Д. Лебедева. - М.: Энергия, 1975.
12. Арутюнов, В. А. Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей /В. А. Арутюнов, В. В. Бухмиров, С. А. Крупейников. - М.: Metallurgy, 1990. - 235с.
13. Калиткин Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н.Н. Калиткин. - М.: Наука, 1987, 515 с.
14. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики: учеб. пособие / Г.И. Марчук. - М.: Наука, 1989.

THE RECONSTRUCTION OF TEMPERATURE FIELD WHEN ROASTING AN ELECTROLYZER HEARTH

A.V. Gulyaev

In present paper questions of temperature field modeling of roasting process of electrolyzer bottom are observed.