ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

УДК 519.2

ЭВЕНТОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИГР

О.Ю. Воробьев, Е.Г. Тяглова*

Рассматривается эвентологический подход к решению задачи дележа теории игр, предложено новое решение этой задачи в виде эвентологического значения игры. Предложены эвентологические игровые модели, описывающие игру N лиц, в которой игроки участвуют в конфликте двух сторон, при этом игроки влияют на действия каждого участника конфликта.

Теоретико-игровые методы анализа случайных множеств событий развиваются авторами [1-7] для построения и обобщения математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликта. Характерной особенностью рассматриваемых систем является то, что они зачастую трудно поддаются формализации. Практический интерес к изучению этой важной задачи обусловлен потенциальными возможностями, наиболее полно объяснить структуру зависимостей и взаимодействий случайных событий. В большинстве случаев участники сложных системы играют несколько ролей одновременно, причем данные роли между собой взаимодействуют. На данный момент существует ограниченное количество игровых математических моделей, описывающих игру N лиц, в которой игроки участвуют в конфликте двух сторон, при этом игроки влияют на действия каждого участника конфликта.

В теории игр N лиц основной задачей считается задача дележа выигрыша коалиции игроков между ее участниками. Основоположник теории игр Дж. Фон Нейман и О. Моргенштерн сформулировали определение дележа. В теории коалиционных игр наиболее известны три дележа: функция Шепли, индекс Банзафа и формула Вилкаса, причем первые два служат частным случаем формулы Вилкаса. В самой формуле Вилкаса не ясно, из каких условий выбирать распределения для каждого игрока, которыми описывается участие каждого игрока в кооперативной игре.

Основная идея работы состоит в применении теории случайных множеств событий – эвентологии для построения эвентологических теоретико-игровых моделей принятия решений в условиях конфликта и для решения задачи дележа на основе классического определения.

Предварительные сведения

Случайным множеством событий под χ называется измеримое отображение

$$K\colon (\Omega, F, P) \to \left(2^{\chi}, 2^{2^{\chi}}\right),$$

где $\chi \subseteq F$ – выделенное конечное множество событий (состоящее из $N = |\chi|$ событий), 2^{χ} – множество всех подмножеств χ.

Распределением вероятностей (эвентологическим распределением) случайного множества событий K называется набор из 2^N вероятностей p(E) = P(K = E), $E \in 2^{\chi}$.

Пусть $\chi = \{x_1, \ldots, x_N\}$ — конечное множество игроков. Множество χ не упорядочено, а индекс введен, чтобы различать игроков.

Коалицией игроков называется любое подмножество $E \subseteq \chi$.

Функция множеств: $v\colon\ 2^{\chi} \to R\ \ v(\varnothing) = 0$ называется *характеристической функцией*. Данная функция определяет выигрыш или ценность *v(E)* любой коалиции игроков $E \subseteq \chi$.

Рассмотрим игру, которая состоит в образовании и необразовании игроками коалиций. Будем считать, что на булеане множеств 2^N задана характеристическая функция игры *v*. После игры встает вопрос дележа выигрыша коалиции между игроками.

Данной проблемой занимались такие классики теории игр, как Нейман, Моргенштерн, Шепли, Шубик, Банзаф, Вилкас. Ими было введено следующее определение дележа.

Определение 1. *Дележом (для игры N лиц с характеристической функцией v)* называется вектор $\varphi = \left(\varphi_{x_1}, \ldots, \varphi_{x_N}\right)$, который удовлетворяет условиям:

$$\sum_{i=1}^{N} \varphi_{x_i} = v(\chi), \tag{1}$$

$$\varphi_{x_i} \geq v(x_i), \quad i = 1, \ldots, N. \tag{2}$$

Наиболее известны три формулы дележа:
функция Шепли

$$\varphi_x = \sum_{E \subseteq \{x\}^C} \frac{1}{N C_{N-1}^{|E|}} \left(v(E \cup \{x\}) - v(E)\right), \ x \in \chi,$$

индекс Банзафа

$$\varphi_x = \sum_{E \subseteq \{x\}^C} \frac{1}{2^{N-1}} \left(v(E \cup \{x\}) - v(E)\right), \ x \in \chi,$$

вероятностное значение игры Вилкаса, которое обобщает функцию Шепли и индекс Банзафа

$$\varphi_x = \sum_{E \subseteq \{x\}^C} \pi_x(E) \left(v(E \cup \{x\}) - v(E)\right), \ x \in \chi.$$

Игра одной случайной коалиции событий

Случайно-множественное значение игры

Рассмотренные формулы дележа имеют вероятностную интерпретацию. Например, нетрудно заметить, что в функции Шепли коэффициенты $\frac{1}{N C_{N-1}^{|E|}}$, $E \subseteq \chi \setminus \{x\}$ положительны и их сумма равна 1. Тогда значение игры φ_x – средний выигрыш игрока x в игре v – интерпретируется следующим образом: $\frac{1}{N C_{N-1}^{|E|}}$ – вероятность того, что игрок x присоединится к коалиции игроков $E \subseteq \chi \setminus \{x\}$, а $v\left(E \cup \{x\}\right) - v(E)$ – это выигрыш, который должна заплатить коалиция E игроку x за то, что он присоединился к ней.

Аналогично, для индекса Банзафа множители $\frac{1}{2^{N-1}}$ положительны и в сумме дают 1. В данном случае игрок присоединяется к любой коалиции $E \subseteq \chi \setminus \{x\}$ с одной и той же вероятностью $\frac{1}{2^{N-1}}$ и коалиция ему выплачивает выигрыш $v\left(E \cup \{x\}\right) - v(E)$.

Формула Вилкаса имеет аналогичную интерпретацию с той лишь разницей, что $\pi_x(E)$, $E \subseteq \chi \setminus \{x\}$ – не конкретное распределение, как у Шепли и Банзафа, а произвольное распределение вероятностей на множестве всех подмножеств множества игроков $E \subseteq \chi \setminus \{x\}$.

Таким образом, не совсем понятно, при нахождении среднего значения игры для каждого игрока по формуле Вилкаса каким образом выбирать распределение, описывающее поведение игрока в кооперативной игре.

Введенное в теории игр определение дележа Неймана-Моргенштерна конкретизировало свойства функций, с помощью которых осуществлялось нахождение среднего выигрыша отдельного игрока от его участия в образовании и необразовании коалиций. В работе сделано предположение, что игрой образования коалиций «руководит» эвентологическое распределение $\boldsymbol{p}$. Тогда поведение каждого игрока в кооперативной игре будем описывать проекцией эвентологического распределения на игрока x.

Определение 2. *Случайной коалицией событий K* называется случайное конечное множество событий K под χ, где χ – конечное множество игроков.

Определение 3. *Проекцией случайной коалиции событий K на игрока x* называется случайная коалиция событий K, заданная под $\chi \setminus \{x\}$, с распределением $\boldsymbol{p}_x = \left\{p_x = P(K = E), E \subseteq \{x\}^C\right\}$, причем $p_x(E) = p(E) + p\left(E \cup \{x\}\right)$.

И теперь определим случайно-множественное значение игры для каждого игрока.

Определение 4. *Случайно-множественным значением игры для игрока x в кооперативной игре v* назовем значение выражения

$$\varphi_x[v] = \sum_{E \subseteq \{x\}^C} \left(p(E) + p\left(E \cup \{x\}\right)\right)\left(v\left(E \cup \{x\}\right) - v(E)\right). \tag{3}$$

В работе сформулировано и доказано необходимое и достаточное условие случайно-множественного дележа по Нейману-Моргенштерну.

Теорема 1. *Для того чтобы распределение случайной коалиции событий K, заданной под множеством игроков* χ, *в игре с характеристической функцией v(E),* $E \subseteq \chi$, *удовлетворяло условию (1),* φ_{x_i} *рассчитываются по формуле (3), необходимо и достаточно, чтобы выполнялись соотношения:*
для любого фиксированного множества $X \subset \chi$, $1 \le |X| = m < N$

$$(2m-N)p(X) + \sum_{\substack{E\subset X,\\ |E|=m-1}} p(E) - \sum_{\substack{E\supset X,\\ |E|=m+1}} p(E) = 0,$$

а если $X = \chi$, *то*

$$\sum_{\substack{E\subset\chi,\\ |E|=N-1}} p(E) + Np(\chi) = 1.$$

Таким образом, сформулированная теорема определяет $2^N - 1$ условий, выполнение которых позволяет не только проверять выполнение условия (1) из определения дележа, но и строить класс распределений, проекции которого на каждого игрока *x* удовлетворяют условию (1) определения дележа.

Проиллюстрируем полученные результаты на примере.

Пример 1. Владелец ночного клуба в Париже обещает 1000 долларов певцу *S*, пианисту *P* и ударнику *D* за совместную работу в его клубе.
(S+P) = 800: Выступление дуэта певца и пианиста *S+P* он расценивает в 800 долларов.
(P+D) = 650: Ударника и пианиста *P+D* — в 650 долларов.
(P) = 300: Одного пианиста *P* — в 300 долларов.
(S+D) = 500: Дуэт *S+D* может заработать 500 долларов за вечер.
(S) = 200: Певец *S* может заработать в среднем 200 долларов.
(D) = 0: Ударник *D* один ничего не может заработать.

E	*P*	*S*	*D*	*PS*	*PD*	*SD*	*PSD*
v(E)	300	200	0	800	650	500	1000

Предположим, что музыканты выступили всем составом, заработали 1000 и теперь хотят ее разделить между собой.

Дележ по Шепли

$\varphi_P[v] = 475$; $\varphi_S[v] = 350$; $\varphi_D[v] = 175$.

Следует отметить, что сумма выигрышей совпадает со значением характеристической функции на множестве всех игроков 475+350+175 = 1000 = *v(PSD)*.

Индекс Банзафа

$\varphi_P[v] = 512.5$; $\varphi_S[v] = 387.5$; $\varphi_D[v] = 212.5$.

Индекс Банзафа не является дележом в смысле дележа Неймана – Моргенштерна
512.5 + 387.5 +212.5 = 1112.5 > 1000 = *v(PSD).*

Случайно-множественное значение игры

Рассмотрим следующий класс эвентологических распределений, удовлетворяющий дележу по Нейману-Моргенштерну *p(∅) = p(PSD) = 0.25, p(P) = p(SD) = x, p(S) = p(PD) = 0, p(D) = p(PS) =0.25 – x,* где $0 \le x \le 0.25$.

Тогда средние выигрыши музыкантов будут следующими:

$\varphi_P[v] = 512.5 - 450x$; $\varphi_S[v] = 387.5$; $\varphi_D[v] = 100 + 450x$.

387.5 + 512.5 – 450x + 100 + 450x = v(PSD).

Игры двух случайных коалиций событий

Случайные коалиции событий как псевдоигроки и игровые модели их поведения

Рассмотрим конечное множество игроков $\chi = \{x_1, \ldots, x_N\}$, принимающих решение на примере коллектива музыкантов. Музыканты имеют возможность выступать в ресторане и в метро, причем в любом составе. Таким образом, в ресторане может выступать любое множество музыкантов $X \in 2^\chi$, и в метро может выступать любое множество музыкантов $Y \in 2^\chi$. Если в ресторане выступает множество музыкантов *X*, то это означает, что произошло событие: «множество музыкантов *X* приняло решение играть в ресторане». Аналогично, если в метро выступает множество музыкантов *Y*, то это означает, что произошло событие: «множество музыкантов *Y* приняло решение играть в метро». Поскольку *X* – произвольное подмножество множества χ и может принимать любое значение из 2^χ, то выступление музыкантов в ресторане можно описать случайной коалицией событий K_1, заданной под χ. С помощью случайной коалиции событий K_2, заданной под χ, будем описывать выступление музыкантов в метро. Каждый игрок – музыкант может принимать участие, как в коалиции K_1, так и в коалиции K_2. В результате у каждого игрока имеется 4 исхода:

$$(1,1),(1,0),(0,1),(0,0).$$

Например, исход (0,1) означает, что игрок играет в метро и не играет в ресторане. После того, как каждый игрок выбрал одну из четырех альтернатив, получаем, что случайная коалиция K_1 приняла значение *X*, а случайная коалиция K_2 приняла значение *Y*.

Определение 5. *Псевдоигроком* называется субъект, который не может самостоятельно принимать решения (выбирать свои стратегии), за него это делают игроки, принимающие решение.

Исходя из определения, случайные коалиции K_1 и K_2 являются псевдоигроками, а множество 2^{χ} – множеством чистых стратегий каждого из псевдоигроков.

Определение 6. *Игрой двух случайных коалиций событий* K_1 и K_2 будем называть следующий набор $\left(K_1, K_2, 2^{\chi}, g_1, g_2\right)$, где g_1, g_2 – функции полезности (выигрыша) коалиций K_1 и K_2.

Рассматриваемые функции множеств заданы на декартовом произведении $2^{\chi} \times 2^{\chi}$ и представлены в виде матриц.

Определение 7. *Смешанной стратегией случайной коалиции событий* K_1 (K_2) назовем эвентологическое распределение $p(X) = P(K_1 = X)$ $\left(q(X) = P(K_2 = X)\right)$, $X \subseteq \chi$.

Предположим, что при выборе альтернативы каждый игрок x_i принимает решение о выступлении в метро независимо от того, какое решение он принял относительно ресторана. Таким образом, псевдоигроки ведут себя независимо.

Определение 8. *Ситуацией равновесия* называется пара распределений (смешанных стратегий псевдоигроков K_1 и K_2) $(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{q}^*)$, если выполнены условия

для любого $\boldsymbol{p} = \left\{p(X), X \in 2^{\chi}\right\}$

$$\sum_{X \in 2^{\chi}} \sum_{Y \in 2^{\chi}} g_1(X,Y) p^*(X) q^*(Y) \geq \sum_{X \in 2^{\chi}} \sum_{Y \in 2^{\chi}} g_1(X,Y) p(X) q^*(Y), \tag{4}$$

для любого $\boldsymbol{q} = \left\{q(Y), Y \in 2^{\chi}\right\}$

$$\sum_{X \in 2^{\chi}} \sum_{Y \in 2^{\chi}} g_2(X,Y) p^*(X) q^*(Y) \geq \sum_{X \in 2^{\chi}} \sum_{Y \in 2^{\chi}} g_2(X,Y) p^*(X) q(Y) \cdot \tag{5}$$

Рассматриваемая ситуация равновесия носит название *равновесие по Нэшу*. В работе сформулирована и доказана теорема о существовании ситуации равновесия в смешанных стратегиях для рассмотренной игры двух случайных коалиций событий.

Теорема 2. *Для любой игры* $\left(K_1, K_2, 2^{\chi}, g_1, g_2\right)$ *существуют такие случайные коалиции* K_1 *и* K_2 *с распределениями* $\boldsymbol{p}^* = \left\{p^*(X), X \in 2^{\chi}\right\}$, $\boldsymbol{q}^* = \left\{q^*(Y), Y \in 2^{\chi}\right\}$, *что выполняются соотношения (4) и (5).*

Эта теорема гарантирует существование оптимальных решений в рассматриваемом классе игр. Нахождение оптимальных эвентологических распределений осуществляется с помощью алгоритма Лемке-Хоусона. Оптимальные эвентологические решения игры позволяют музыкантам принимать решение, в каком составе им выступать в метро и в ресторане, чтобы средний выигрыш случайных коалиций был наибольшим.

Случайные коалиции событий как игроки и игровые модели их поведения

Рассмотрим конечное множество товаров $\chi = \{x_1, \ldots, x_N\}$, имеющихся на рынке. На этом же рынке будем следить в течение некоторого времени за продажами одного магазина. В различные моменты времени магазин может предлагать для продажи различные подмножества товаров $X \in 2^{\chi}$, тем не менее, в каждый момент времени мы можем указать множество товаров, выставленных на продажу. Таким образом, предложение магазина будем описывать случайной коалицией событий K_1, где выражение $K_1 = X$ означает, что произошло событие: «магазин предложил для продажи множество товаров *X*». Назовем случайную коалицию событий K_1 случайным продавцом. Вторым интересующим нас объектом будет покупатель, который делает покупки в рассматриваемом нами магазине. Будем наблюдать за ним в течение того же периода времени. Причем каждый раз при походе в магазин покупатель может желать купить любое подмножество товаров $Y \in 2^{\chi}$, но в каждый момент времени мы можем указать множество товаров, которое хочет купить покупатель. Следовательно, желание покупателя будем описывать случайной коалицией событий K_2, где выражение $K_2 = Y$ означает, что произошло событие: «покупатель пожелал купить множество товаров *Y*». Назовем случайную коалицию событий K_2 случайным покупателем. Случайные продавец и покупатель являются игроками, которые сами могут выбирать любую свою чистую стратегию, то есть любое подмножество из 2^{χ}.

Исходя из определения 5, любой товар x_i – псевдоигрок, а множество пар (1,1), (1,0),(0,1),(0,0) – множество чистых стратегий каждого из псевдоигроков. Например, пара (1,1) для товара x_i означает, что этот товар предложен случайным продавцом для продажи и случайный покупатель пожелал его купить. После того как случайный продавец и случайный покупатель выбрали свои чистые стратегии *X* и *Y* соответственно, у каждого из псевдоигроков x_i однозначно определяется чистая стратегия $\left(1_{x_i}(X), 1_{x_i}(Y)\right)$, где

$$1_{x_i}(X) = \begin{cases} 1, & \textit{если} \quad x_i \in X, \\ 0, & \textit{иначе}. \end{cases}$$

Для определения игры двух случайных коалиций событий необходимо задать следующий набор $\left(K_1, K_2, 2^{\chi}, g_1, g_2\right)$. Для задания игры также необходимо указать критерий оптимального поведения игроков. В работе рассмотрим два критерия: равновесие по Нэшу и критерий максимина.

Предположим, что при выборе альтернативы игрок K_1 принимает решение о продаже множества товаров *X* независимо от желания игрока K_2. Таким образом, игроки ведут себя независимо.

Равновесие по Нэшу. В рассматриваемом случае под ситуацией равновесия будем понимать равновесие по Нэшу, то есть пару распределений (смешанных стратегий игроков K_1 и K_2) $(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{q}^*)$, если выполнены условия (4) и (5). Для рассматриваемой ситуации справедлива теорема 2. Оптимальные эвентологические распределения можно интерпретировать как оптимальное предложение продавца и оптимальный спрос покупателя.

Максиминные случайные коалиции событий. Рассмотрим еще один пример независимого поведения случайных коалиций. Предположим, что матрицы связаны соотношением: для любой ситуации $(X,Y) \in 2^{\chi} \times 2^{\chi} \quad g_1(X,Y) + g_2(X,Y) \equiv 0$.

Тогда функция выигрыша случайной коалиции K_2 отличается от g_1 только знаком, поэтому для задания игры достаточно знать только, например, g_1. Далее индекс будем опускать и обозначим $g_1 = g$.

Определение 9. *Игрой двух случайных коалиций с нулевой суммой* называется набор объектов $\left(K_1, K_2, 2^{\chi}, g\right)$, состоящий из двух случайных коалиций K_1 и K_2, матрицы игры *g* и множеств чистых стратегий 2^{χ}.

Для рассматриваемой игры справедлива

Теорема 3. *(О максимине для игры двух случайных коалиций с нулевой суммой.)*

Для любой игры $\left(K_1, K_2, 2^{\chi}, g\right)$ *существуют такие случайные коалиции* K_1 *и* K_2 *с распределениями* $\boldsymbol{p}^* = \left\{p^*(X), X \in 2^{\chi}\right\}$, $\boldsymbol{q}^* = \left\{q^*(Y), Y \in 2^{\chi}\right\}$,
что

$$\max_{K_1} \min_{K_2} g(K_1, K_2) = \min_{K_2} \max_{K_1} g(K_1, K_2),$$

где $g(K_1, K_2) = \sum\limits_{X \in 2^{\chi}, Y \in 2^{\chi}} g(X,Y) p(X) q(Y)$ *— математическое ожидание выигрыша первой случайной коалиции.*

В результате, в силу теоремы о максимине для игры двух случайных коалиций с нулевой суммой, существуют оптимальные случайные коалиции K_1 *и* K_2, обеспечивающие оптимальную игру, любое отклонение от которой приводит к потерям в выигрыше той коалиции, которая ведет себя неоптимальным образом.

Применение полученных результатов

Проиллюстрируем применение разработанных в статье игровых моделей на примере рынка мебели.

Рассмотрим рынок мебели. На этом рынке имеются 19 наименований товаров χ = *{столы компьютерные, столы прямоугольные, стулья, шкафы, шкафы-стойки, кровати, мягкие модули, спортивные уголки, мольберты, коробы, мягкая мебель мини, кабинки, скамейки, шкафы для полотенец, ширмы, игровые витрины, банкетки, кабинки, доски меловые}*. Предположим, что на нем работают две фирмы, которые могут производить любые подмножества наименований товаров. Перед каждой фирмой стоит задача сформировать товарную политику, другими словами, определить ассортимент выпускаемой продукции.

Рассмотрим эвентологическую игровую модель для решения поставленной задачи.

В различные моменты времени каждая фирма может выпускать для продажи различные подмножества наименований товаров $X \subseteq \chi$, тем не менее, в каждый момент времени мы можем указать множество наименований товаров, выпущенных для продажи каждой фирмой. Таким образом, предложение каждой фирмы будем описывать случайной коалицией событий $K_i, i = 1,2,$ где выражение $K_1 = X$ означает, что произошло событие: «первая фирма-производитель выпустила для продажи множество наименований товаров *X*». Выражение $K_2 = Y$ имеет смысл, что произошло событие: «вторая фирма-производитель выпустила для продажи множество наименований товаров Y». Назовем случайную коалицию событий K_1 первым случайным производителем, а случайную коалицию событий K_2 – вторым. Случайные производители в рассматриваемой модели являются игроками, которые сами могут выбирать любую свою чистую стратегию, то есть любое подмножество из 2^{χ}. Предположим, что при выборе альтернативы игрок K_1 принимает решение о производстве множества наименований товаров *X* независимо от того, какое множество наименований товаров решил производить игрок K_2.

В рассматриваемом случае в качестве критерия оптимального поведения игроков возьмем *равновесие по Нэшу*. Поскольку 2^{19} достаточно большое число, то предлагается множество наименований товаров сначала поделить на четыре группы по типу производства. Таким образом, выделено конечное множество групп наименований $\chi = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, x_1 - мебель общего назначения, x_2 - мебель для игр, x_3 - мебель для спорта, x_4 - мебель для отдыха.

Зададим функции выигрыша игроков в виде матриц g_1 и g_2, где $g_i(X, Y)$ – выигрыш i-й фирмы, если первая выпустила для продажи множество наименований товаров *X*, а вторая —*Y*.

g_1 — матрица выигрыша K_1:

	0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_1, x_2	x_1, x_3	x_1, x_4	x_2, x_3	x_2, x_4	x_3, x_4	x_1, x_2, x_3	x_1, x_2, x_4	x_1, x_3, x_4	x_2, x_3, x_4	χ
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_1	50	4	113	113	113	4	4	4	113	113	113	4	4	4	113	4
x_2	43	112	-5	112	112	-5	112	112	-5	-5	112	-5	-5	112	-5	-5
x_3	48	114	114	10	114	114	10	114	10	114	10	10	114	10	10	10
x_4	52	116	116	116	22	116	116	22	116	22	22	116	22	22	22	22
x_1, x_2	55	117	108	111	111	-5	117	117	108	108	111	-5	-5	117	108	-5
x_1, x_3	62	118	113	124	113	118	2	118	124	113	124	2	118	2	124	2
x_1, x_4	63	121	113	113	136	121	121	2	113	136	136	121	2	2	136	2
x_2, x_3	67	112	108	123	112	108	123	112	-5	108	123	-5	108	123	-5	-5
x_2, x_4	74	11	114	114	135	111	114	135	111	14	135	111	14	135	14	14
x_3, x_4	72	113	113	127	136	113	127	136	127	136	8	127	136	8	8	8
x_1, x_2, x_3	81	119	108	124	111	111	117	117	108	108	121	-5	132	114	108	-5
x_1, x_2, x_4	77	116	107	111	137	108	117	115	108	127	133	115	5	119	128	5
x_1, x_3, x_4	78	118	113	124	135	118	118	117	124	135	122	118	117	1	122	1
x_2, x_3, x_4	71	113	108	125	134	108	125	134	111	128	120	111	128	120	2	2
χ	83	117	107	124	137	108	117	115	108	127	119	132	119	114	116	12

g_2 — матрица выигрыша K_2:

	0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_1, x_2	x_1, x_3	x_1, x_4	x_2, x_3	x_2, x_4	x_3, x_4	x_1, x_2, x_3	x_1, x_2, x_4	x_1, x_3, x_4	x_2, x_3, x_4	χ
0	0	50	43	48	52	55	62	63	67	74	72	81	77	78	71	83
x_1	0	-4	109	109	109	-4	-4	-4	109	109	109	-4	-4	-4	109	-4
x_2	0	117	5	117	117	5	117	117	5	5	117	56	5	117	5	5
x_3	0	104	104	-106	104	104	-106	104	-106	104	-106	-106	104	-106	-106	-106
x_4	0	95	95	95	-22	95	95	-22	95	-22	-22	95	-22	-22	-22	-22
x_1, x_2	0	112	114	116	116	5	112	112	114	114	116	5	5	112	114	5
x_1, x_3	0	99	111	98	111	99	-2	99	98	111	98	-2	99	-2	98	-2
x_1, x_4	0	90	111	111	86	90	90	-2	111	86	86	90	-2	-2	86	-2
x_2, x_3	0	117	109	106	117	109	106	117	5	109	106	5	1109	106	5	5
x_2, x_4	0	101	100	101	94	100	101	94	100	-14	94	100	-14	94	-14	-14
x_3, x_4	0	105	105	84	81	105	84	81	84	81	-8	84	81	-8	-8	-8
x_1, x_2, x_3	0	96	118	98	116	100	99	112	116	114	105	79	5	115	114	5
x_1, x_2, x_4	0	112	117	116	77	109	112	114	114	97	93	5	98	114	94	5
x_1, x_3, x_4	0	101	112	100	89	101	93	101	100	89	101	93	1101	-1	101	-1
x_2, x_3, x_4	0	112	111	90	94	111	90	94	100	89	108	100	89	108	-2	-2
χ	0	107	117	98	77	111	99	114	116	97	107	79	98	115	107	-12

Оптимальные стратегии находятся с помощью алгоритма Лемке-Хоусона.

p(отдых) = 1; q(игры) = 0.52;
q(общее назначение, игры) = 0.39;
q(игры, спорт) = 0.09;

$V_1 = 116$; $V_2 = 95$.

Таким образом, первому производителю рекомендовано производить мебель группы *отдых*, а второму — мебель групп *игры, общее назначение, спорт* в указанных сочетаниях и с соответствующей вероятностью, тогда средний выигрыш первого производителя равен 116, а второго 95. Если один из производителей не будет придерживаться данной рекомендации, то его средний выигрыш будет меньше указанного.

При принятии практически любого решения, связанного с управлением распределения ресурсов, приходится сталкиваться с различного рода статистическими зависимостями, игнорирование которых может привести к неоптимальному использованию ресурсов. Предложенные в работе методы можно рекомендовать к практическому использованию в системном анализе, в теории случайных множеств событий, в задачах принятия решений, в задачах распределения ресурсов. Результаты работы могут быть использованы в разнообразных экономических, социальных приложениях, требующих принятия решения в условиях конфликта, а также в задачах распределения ресурсов между элементами системы, которую можно описать с помощью случайного множества событий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воробьев, О.Ю. О теории игр случайных коалиций и коалиционном дележе /О.Ю Воробьев, Е.Е. Голденок, Е.Г. Тяглова // е-Записки ФАМ семинара’ 2002. ISBN 5-94491-062-3. — 2002. — Том 7. — С.99 — 110.
2. Тяглова, Е.Г. Случайные коалиции событий как псевдоигроки и их игровое поведение / Е.Г. Тяглова // Вестник Красноярского государственного университета, физико-математические науки.— 2004. — № 3. — С.139 — 143.
3. Тяглова, Е.Г. Формирование товарной политики фирмы случайно-множественными игровыми методами / Е.Г. Тяглова // Труды IV Всероссийской конференции по финансово-актуарной математике и смежным вопросам (март 2005). — Красноярск: ИВМ СО РАН, 2005. — С.441 — 451.

4. Тяглова, Е.Г. Эвентологические модели товарного рынка / Е.Г. Тяглова // Труды IV Всероссийской конференции по финансово-актуарной математике и смежным вопросам (март 2005). — Красноярск: ИВМ СО РАН, 2005. — С.452 — 458.
5. Тяглова, Е.Г. Кооперативное поведение псевдоигроков как модель товарного рынка / Е.Г. Тяглова // Труды III Всероссийской конференции по финансово-актуарной математике и смежным вопросам (март 2004). — Красноярск: ИВМ СО РАН, 2004. — С.254 — 260.
6. Тяглова, Е.Г. Теорема о классе распределений случайной коалиции событий, удовлетворяющем условию дележа / Е.Г. Тяглова // Труды II Всероссийской конференции по финансово-актуарной математике и смежным вопросам (март 2003). — Красноярск: ИВМ СО РАН, 2003. — С. 269 — 278.
7. Тяглова, Е.Г. Случайные коалиции событий и коалиционный дележ в примерах / Е.Г. Тяглова // Труды II Всероссийской конференции по финансово-актуарной математике и смежным вопросам (март 2003).— Красноярск: ИВМ СО РАН, 2003. — С. 251 — 268.

EVENTOLOGICAL GAME THEORY

O.Yu. Vorob'ov, E.G. Tyaglova

The eventological approach is considered to solution of dividing problem in the game theory. The new solution of this problem is suggested as the eventological set value of game. The eventological model is suggested. It describes a game of two random sets of events. The players have influence on actions of each random set of events.